



DAS RELAÇÕES ENTRE FIGURAS PARA RELAÇÕES EM UM ESPAÇO MATEMATIZÁVEL: AS PERCEPÇÕES DE ALUNOS CEGOS SOBRE TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS

Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes
Universidade Bandeirante de São Paulo, Brasil
solangehf@gmail.com

Lulu Healy
Universidade Bandeirante de São Paulo, Brasil
lulu@baquara.com

Ana Paula Albieri Serino
Universidade Bandeirante de São Paulo, Brasil
paulaserino@uol.com.br

RESUMO

Com a presença crescente de aprendizes com necessidades especiais nas salas de aulas das escolas regulares tem orientado nossas investigações sobre como o conhecimento é moldado por diferentes sistemas sensoriais do corpo humano. Nos nossos estudos procuramos compreender como as ferramentas materiais e semióticas podem ser usadas para constituir a cultura da sala de aulas quando o conhecimento em jogo é matemático. Neste artigo nos concentramos em um estudo realizado com dois aprendizes cegos que utilizaram meios táteis para a construção de ampliações de figuras planas. A metodologia escolhida foi a das entrevistas baseadas em tarefas que se estruturou na confecção das ferramentas e no desenvolvimento das tarefas. Com base nos estudos de Piaget e Garcia, no que diz respeito às etapas inter, intra e transfigural do pensamento geométrico, avaliamos de que maneira o uso ferramentas materiais e semióticas pode favorecer a transição do nível intrafigural para o nível interfigural.

Palavras-chave: Aprendizes de matemática cegos; transformações geométricas; intra, inter e transfigural; pensamento geométrico.

FROM RELATIONS BETWEEN FIGURES TO RELATIONS WITHIN A MATHEMATISED SPACE: BLIND STUDENTS' PERCEPTIONS OF GEOMETRICAL TRANSFORMATIONS

ABSTRACT

The increasing presence of learners with disabilities in the classes of mainstream schools has contributed to an associated increase in our investigations into how knowledge is shaped by different sensory systems of the human body. Our studies seek to contribute to understandings of how material and semiotic tools may be used in the constitution of the culture of classrooms in which the knowledge in question is mathematics. In this article we concentrate on a study realized with two blind learners who used tactile means to construct dilations of plane figures. Task-based interviews informed both the confection of the materials and the development of the tasks themselves. Using Piaget and Garcia's considerations regarding the stages of geometrical thinking they denominate intra, inter and transfigural as our basis, we evaluated the ways in which the material and semiotic tools in play were coordinated in transiting between intrafigural and interfigural perspectives.

Keywords: blind mathematics learners; geometrical transformations; mediation; intra, inter and transfigural; geometrical thinking

1 Introdução

Recentemente foi postado na internet um filme¹ mostrando dois jovens cegos trabalhando em um tablete, desenvolvido para oferecer *feedback* háptico, que os permite identificar formas geométricas, gráficos ou outros dados normalmente representados visualmente. Assistindo ao filme somos levados a refletir sobre o que precisamos saber

28 a 31 de outubro de 2012, Petrópolis, Rio de Janeiro, Brasil

para que aquilo que desenvolvemos – com videntes – e ofertamos aos aprendizes – com limitação visual – tenha de fato um papel significativo na construção de novos conhecimentos. Em outras palavras, se concordamos com a teoria interacionista de significado proposta por Gallese e Lakoff (2005, p.2) segundo a qual imaginar, perceber e fazer são ações corporificadas e estruturadas a partir de nossas interações com o mundo através dos nossos corpos e cérebros, como podemos estar certos de que os estímulos táteis que estamos oferecendo vão além de simples acesso a algumas formas ou gráficos? Que papel desempenham essas novas informações no processo cognitivo dos sujeitos cegos? O que sabemos a respeito do processamento das informações recebidas por canais sensoriais distintos daqueles considerados normais?

Nossos estudos têm buscado indícios que nos permitam responder a essas questões. Em nossas pesquisas, ao planejar atividades e ferramentas táteis para aprendizes cegos, procuramos oferecer estímulos multimodais² que favoreçam a criação de um repertório de ações que possam ser adaptadas a outros contextos.

Neste artigo apresentamos nossas análises de um episódio no qual dois aprendizes cegos constroem figuras homotéticas em uma ferramenta tátil planejada para a atividade. Na sequência apresentamos o quadro teórico empregado nas discussões.

2 Um referencial teórico

A influência das ferramentas materiais é um tema amplamente discutido por pesquisadores da área da Educação Matemática em estudos realizados com aprendizes videntes. No entanto, a importância e a influência desses elementos no processo de ensino e aprendizagem de aprendizes cegos e com visão subnormal demandam mais estudos. As discussões a respeito da implicação das ferramentas materiais nos cenários instrucionais permeiam todo este texto. Partimos do princípio que o trabalho com aprendizes sem acuidade visual dentro dos padrões normais exige ferramentas materiais e semióticas que favoreçam a efetiva participação e integração desses aprendizes nas situações instrucionais.

2.2 O papel das ferramentas materiais

O trabalho com aprendizes sem acuidade visual dentro dos padrões normais exige ferramentas que possam ser adaptadas às suas necessidades específicas. Neste caso, deve ser dada especial atenção ao tato, já que esse assume uma posição privilegiada entre os canais de exploração e percepção desses aprendizes. Segundo os Parâmetros

28 a 31 de outubro de 2012, Petrópolis, Rio de Janeiro, Brasil

Curriculares Nacionais: Adaptações curriculares (Brasil, 1998) para favorecer a efetiva participação e integração dos aprendizes não videntes são necessárias: a seleção, a adaptação e a utilização de recursos materiais tanto para desenvolver as habilidades perceptivas táteis como para construção de estratégias de conhecimento a fim de desenvolver o processo cognitivo desses sujeitos.

Neste trabalho as ferramentas materiais utilizadas no processo empírico foram planejadas e disponibilizadas de forma intencional. Nossas escolhas levaram em consideração o potencial das ferramentas na promoção de percepções táteis que por sua vez deveriam estimular interações discursivas entre sujeito e pesquisadora, sujeito e seu parceiro e sujeito consigo mesmo questionando-se, procurando validar conjecturas e refletindo sobre suas ações. Dentro desta perspectiva, as ferramentas materiais estimulam um segundo sistema de mediação – a semiótica, pois as ações sobre as mesmas fazem emergir práticas discursivas que podem auxiliar na formação de sistemas simbólicos que permitam a interpretação dos objetos em estudo por parte dos interagentes.

A inclusão de ferramentas materiais no processo ensino-aprendizagem para os não videntes deve considerar que tais ferramentas devem torná-los capazes de construir conhecimentos (Dick & Becker, 2002). Segundo Vygotsky, citado por Cole e Wertsch (1996, p.255), a inserção de ferramentas materiais nos procedimentos instrucionais não serve simplesmente para facilitar os processos mentais que poderiam ocorrer de outra forma, fundamentalmente elas os formam e os transformam, já que condicionam o comportamento humano a novas funções conectadas ao seu uso; tornando desnecessários vários métodos naturais e alterando o processo cognitivo.

Neste trabalho, a análise das ações sobre as ferramentas materiais e dos procedimentos verbalizados pelos sujeitos envolvidos nos permitirá avaliar quais aspectos, ligados à homotetia, são privilegiados pela ferramenta material desenvolvida para oferecer estímulos táteis. Para analisar a influência da ferramenta material no desenvolvimento do pensamento geométrico dos sujeitos, empregaremos o construto teórico de Piaget e Garcia (1987), ou seja, as transições entre os níveis da tríade inter, intra e transfigural.

2.3 Intra, Inter e Transfigural

Piaget e Garcia (1987) fazem um estudo histórico-crítico do desenvolvimento da Geometria, associado aos estudos psicogenéticos e a psicogênese das noções

28 a 31 de outubro de 2012, Petrópolis, Rio de Janeiro, Brasil

geométricas, buscando dar um significado epistemológico à noção de transformação, entre outros conhecimentos matemáticos. Para esses autores, tanto o desenvolvimento histórico da Geometria como a psicogênese das estruturas geométricas, caracterizam-se por três etapas de desenvolvimento: intra, inter e transfigural.

Na etapa intrafigural,

... se estudam as propriedades das figuras e dos corpos geométricos enquanto relações internas entre os elementos destas figuras e destes corpos. Não se toma em consideração o espaço enquanto tal, nem, por consequência, as transformações da figura no interior de um espaço que as compreenderia todas (Piaget & Garcia, 1987, p. 110).

Assim, na etapa intrafigural, os sujeitos não percebem as transformações da figura dentro do conjunto (figuras-plano). Centram-se nas propriedades internas das figuras e nas relações internas de duas ou mais figuras o que resulta numa comparação entre essas figuras.

A segunda etapa é denominada por Piaget e Garcia de interfigural:

A etapa caracterizada por um estabelecimento de relação das figuras entre elas, cuja manifestação específica é a procura de transformações, ligando figuras segundo múltiplas formas de correspondência, mas sem chegar à subordinação das transformações às estruturas de conjunto (Piaget & Garcia, 1987, p. 110).

Nessa etapa o sujeito utiliza apenas as referências internas do sistema analisado, ou seja, as figuras estão num plano, e esse conjunto (figuras-plano) apresenta características de totalidade. A transformação associa a uma figura objeto sua figura imagem, mas não é aplicada a nenhum outro ponto do plano, que é visto apenas como um suporte para as figuras. O sujeito considera que qualquer mudança de forma de uma figura deve-se ao deslocamento de suas partes já que somente compara posições iniciais e finais com suas respectivas referências (Piaget & Garcia, 1987, p. 118).

“Em seguida começa uma terceira etapa, que chamaremos transfigural, caracterizada pela preeminência das estruturas” (Piaget & Garcia, 1987, p. 110). Essa etapa não trata somente da transformação de uma figura noutra, mas opera sobre todos os pontos do plano, verificando a realização de determinadas condições (manter sem variação alguns elementos - invariantes). Trata-se, sobretudo, de uma fase em que se opera sobre um conjunto de elementos, podemos dizer de relações entre relações nas quais às transformações podem ser compostas e decompostas, já que passam a ser objetos.

Em suas conclusões esses autores deixam claro que essa tríade (intra, inter e transfigural) são fases de um processo contínuo, ou seja,

28 a 31 de outubro de 2012, Petrópolis, Rio de Janeiro, Brasil

“as estruturas atingidas no nível transfigural dão lugar, por sua vez, às análises intrafigurais que conduzem a novos interfigurais, depois à produção de superestruturas transfigurais e assim indefinidamente” (Piaget & Garcia, 1987, p. 132).

Assim, embora ocorra um processo de sucessão entre os níveis, essa sucessão independe de um grau hierárquico absoluto.

Para o nosso trabalho interessa-nos especialmente os níveis intra e interfigural, e a possibilidade de conduzir nossos sujeitos à passagem do nível intrafigural para o nível interfigural. A passagem de um nível a outro, no caso dos aprendizes cegos, talvez seja mais perceptível por meio de sua ação sobre as ferramentas materiais utilizadas na execução das atividades, ou seja, não explicitadas verbalmente.

3 O estudo

Esta pesquisa foi realizada como parte de um projeto de pesquisa³ que investiga os processos pelos quais aprendizes cegos apropriam-se do conhecimento matemático. Participaram dois sujeitos⁴, ambos portadores de cegueira adquirida. Bruno perdeu a visão aos onze anos, devido à miopia, catarata e deslocamento de retina. Estudou em escola particular até perder a visão, permanecendo sem estudar durante os três anos seguintes. Após esse período, retomou os estudos tornando-se aluno do Instituto Benjamin Constant onde foi alfabetizado em Braille com quinze anos, matriculado na quarta série do Ensino Fundamental (atualmente quinto ano). Atualmente, tem vinte e um anos de idade, concluiu o Ensino Médio e pretende cursar o Ensino Superior.

Márcio nasceu com glaucoma e possuía 10% de visão no olho esquerdo e 0% no olho direito. Perdeu a visão por completo aos sete anos de idade quando parou de estudar, retornando depois de cinco anos. Nesta época, foi alfabetizado em Braille e voltou a cursar o Ensino Fundamental I. Márcio realizou provas para obter certificação equivalente ao Ensino Fundamental II e cursou Ensino Médio em escola regular, o qual concluiu aos dezenove anos de idade.

A metodologia adotada foi entrevistas baseadas em tarefas de Goldin (2000), o qual sugere que a coleta de dados feita a partir de entrevistas baseadas em tarefas oferece um caminho para analisar os conceitos ou estruturas conceituais, cognição ou estruturas cognitivas, competências, atitudes, estágios de desenvolvimento, sistemas de representação interna e estratégias que os sujeitos têm ou utilizam ao executar tarefas.

A estrutura de entrevistas baseadas em tarefas para o estudo do conhecimento matemático envolve sujeito(s) – executor(es) da tarefa – e entrevistador, interagindo em

28 a 31 de outubro de 2012, Petrópolis, Rio de Janeiro, Brasil

relação a uma ou mais tarefas introduzidas pelo entrevistador ao(s) sujeito(s) de modo pré-planejado. Essa estrutura, que deve levar em conta as propostas da pesquisa, inclui investigação exploratória, descrição, inferência ou técnicas de análises; desenvolvimento de conjecturas; investigação ou testes para levantar hipóteses; aprendizagem ou solução de problemas. Esse método permite que o pesquisador centre o foco de sua atenção diretamente no processo do desenvolvimento da tarefa matemática executada pelo(s) sujeito(s). Mais do que respostas certas ou erradas interessam ao pesquisador o processo de obtenção dos resultados.

Nessa metodologia as intervenções devem permitir ao sujeito planejar e desenvolver heurísticamente uma forma competente para executar a tarefa proposta. O desenho da entrevista baseada em tarefas deve ser endereçado às questões de pesquisa que devem influenciar o desenvolvimento de instrumentos (a escolha das tarefas e das ferramentas materiais), a decisão sobre quais conhecimentos queremos observar, o critério para as interferências e outras variáveis controláveis, e ainda devem ser cuidadosamente preparados para a comunidade de pesquisa a que se destinam, no nosso caso aprendizes cegos.

As tarefas matemáticas devem ser acessíveis aos sujeitos e escolhidas de tal forma que permitam ao sujeito flexibilidade nas respostas além de tornar evidente ao pesquisador a emergência de diferentes capacidades do sujeito. Os sujeitos devem executar as tarefas livremente, para que o pesquisador possa observar os seus conhecimentos e reações espontâneas. Sugestões ou novas questões devem ser oferecidas somente depois de dar ao sujeito a oportunidade de resolver o problema livremente. Os momentos de assistência não devem ter a característica diretiva.

O desenvolvimento das entrevistas baseadas em tarefas estruturou-se em duas partes: na construção das ferramentas materiais e no desenvolvimento das tarefas. No entanto, antes do início das atividades, os sujeitos foram interpelados sobre alguns termos associados à transformação geométrica homotetia.

Ao ser questionado sobre o termo homotetia, Bruno afirmou nunca ter ouvido falar e, tampouco, sobre ampliação e redução. Porém, afirmou ter aprendido, na educação básica, os conceitos de semelhança de figuras e de semelhança de triângulos. Márcio disse não conhecer o termo homotetia, porém, diferentemente de Bruno, afirmou ter ouvido falar em ampliação e redução de figuras. Além disso, Márcio relatou não ter aprendido conceitos referentes à semelhança e, segundo ele, isso se deveu ao fato dos professores não estarem preparados para ensinar conceitos geométricos a aprendizes

privados da visão.

Foram realizadas três sessões de entrevistas, com aproximadamente uma hora e trinta minutos cada uma. Os sujeitos trabalharam ora individualmente, ora em dupla prevalecendo, entretanto, a produção individual. As sessões foram gravadas em áudio e em vídeo e transcritas, em sua totalidade, para facilitar as análises.

4 As ferramentas

A primeira ferramenta material destinou-se ao estudo de figuras semelhantes. Os pares de figuras (polígonos) foram desenhados em folha de papel especial e recortados (Figura 1), o que possibilitou a medição dos lados das figuras com o uso da régua adaptada e a comparação dos ângulos por meio de sobreposição de figuras.

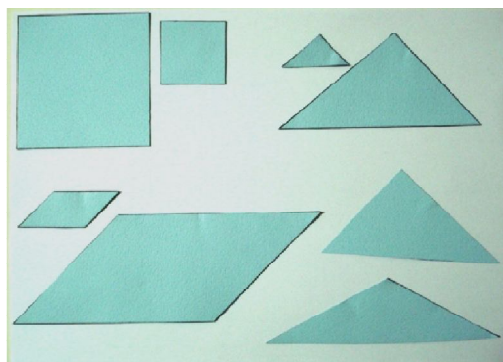


Figura 1 – Figuras recortadas

A segunda ferramenta material destinou-se à execução das tarefas referente ao estudo de homotetia. Foi utilizada nas atividades exploratórias e nas atividades de construção.

Para a confecção dessa ferramenta, utilizamos uma placa de madeira perfurada, um pino de plástico para representar o centro de homotetia, pinos de madeira para representarem os vértices da figura original, parafusos para representarem os vértices da figura obtida e lastec para representar as retas projetantes. Já para delinear os polígonos – o original e o obtido –, optamos pelo uso de elásticos (Figura 2).

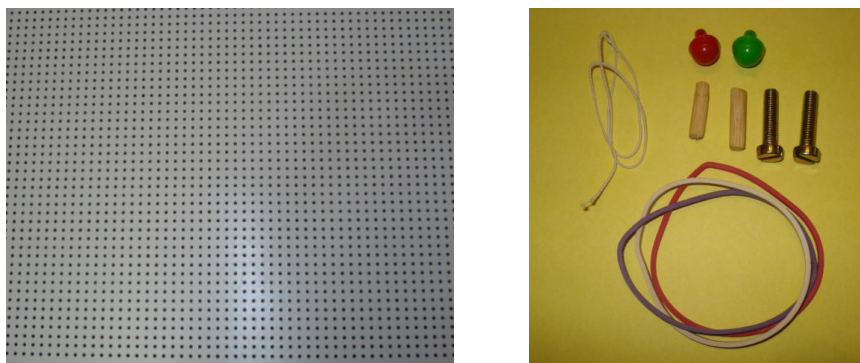


Figura 2 – Material utilizado para a confecção da ferramenta material 2

5 As tarefas

As tarefas foram divididas em tarefa I e tarefa II, conforme o diagrama abaixo. Coube à tarefa I propor atividades referentes a figuras semelhantes e, à tarefa II, atividades concernentes ao estudo de homotetia.

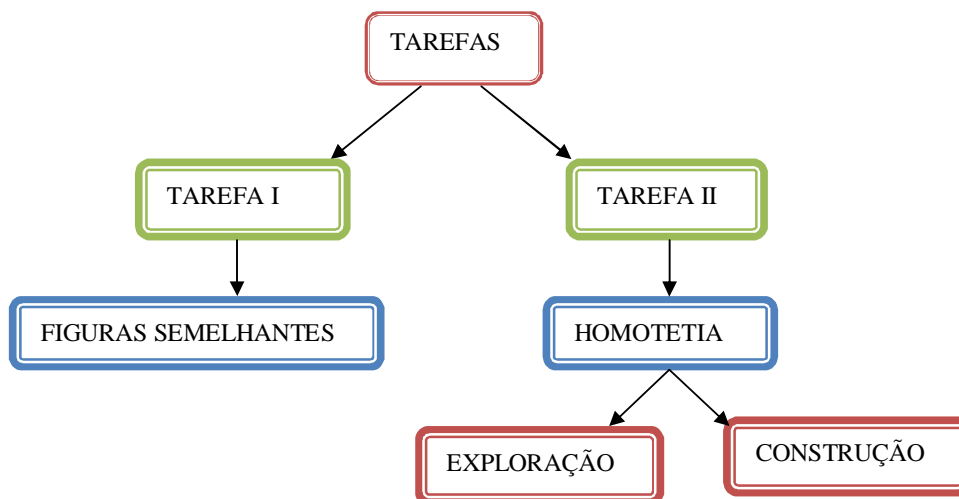


Diagrama 1 – Estrutura das tarefas

Os objetivos da tarefa I foram verificar os conhecimentos prévios dos aprendizes com relação à semelhança de figuras. Para tanto, oferecemos a cada um dos sujeitos três pares de figuras semelhantes – um par de cada vez – e, posteriormente, um par de figuras não semelhantes. Coube aos sujeitos medir os lados de cada par com o uso da régua adaptada, comparar os ângulos e analisar, por meio de comparação a ocorrência ou não de proporção entre os lados correspondentes e, em havendo proporção, qual a

razão que a definia.

As atividades propostas pela tarefa II tiveram como finalidade explorar e construir figuras homotéticas. Inicialmente, foram apresentados os sujeitos cada um dos elementos presentes na transformação geométrica e fez-se necessário explicar a função do centro de homotetia e indicar como a transformação de um vértice ao seu correspondente se realiza. As atividades que se seguiram envolveram a exploração de figuras homotéticas, mais precisamente de ampliação direta e inversa e de redução direta e inversa. Nas atividades que envolveram a construção de figuras homotéticas oferecemos quatro propostas para que os sujeitos realizassem as transformações geométricas sendo, para tanto, dada a razão de homotetia.

6 A experiência

Ao concluir a tarefa I ambos os sujeitos tinham uma estratégia para reconhecer figuras semelhantes. Tanto Márcio quanto Bruno destacaram as duas condições necessárias para que duas figuras geométricas quaisquer sejam semelhantes – congruência entre os ângulos homólogos e proporcionalidade entre lados homólogos. Esta estratégia foi favorecida pelas características da ferramenta (figuras recortadas), que permitiu a comparação entre os ângulos por sobreposição e a comparação entre as medidas dos lados, medidos com régua, para a determinação da razão de semelhança.

A segunda sessão foi planejada para a exploração de figuras homotéticas. Como já mencionado, o objetivo dessa tarefa foi conduzir os sujeitos à percepção de propriedades referentes à homotetia. Iniciamos a aplicação das atividades referentes à exploração de figuras homotéticas oferecendo para exploração uma situação como a apresentada na figura abaixo.

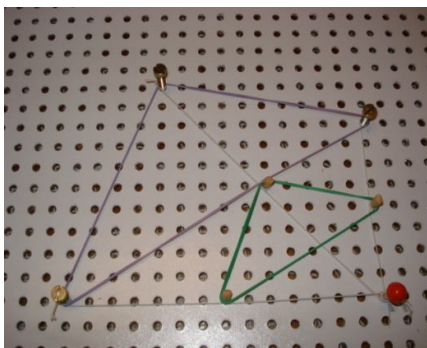


Figura 3 – Atividade de ampliação direta

A ferramenta material 2, utilizada como elemento mediador, permitiu o acesso às informações e a representação de cada um dos elementos presentes na transformação geométrica com pinos diferentes foi determinante para o êxito da atividade. Gradualmente, os sujeitos perceberam que poderiam contar os furinhos presentes na placa para medir as distâncias dos vértices homólogos em relação ao centro de homotetia. No decorrer das atividades, os sujeitos foram agregando, ao conceito de proporcionalidade, novos significados referentes à transformação geométrica homotetia, e ambos passaram a utilizar termos como ampliação e redução, próprios do conceito em questão, e perceberam que a determinação das distâncias entre o centro de homotetia e os vértices homólogos possibilita encontrar a razão de homotetia.

Cabe destacar que, embora essa atividade privilegie o trabalho nos níveis intrafigural e interfigural, Márcio e Bruno centraram-se na comparação entre as duas figuras (figura dada e sua homotética) representadas na ferramenta, o que caracteriza o nível intrafigural. No entanto, ao concluírem as atividades, ambos os aprendizes nos ofereceram indícios de que haviam compreendido quais condições deveriam ser observadas para a determinação da figura homotética de uma figura dada. Para nos certificarmos desse fato planejamos a aplicação da próxima atividade, referente à construção de figuras homotéticas.

Iniciamos a terceira sessão somente com Bruno, que compreendeu a proposta das atividades relacionadas à construção de figuras homotéticas. A proposta envolveu a construção de quatro figuras homotéticas sendo dada a razão de homotetia (Figura 4).

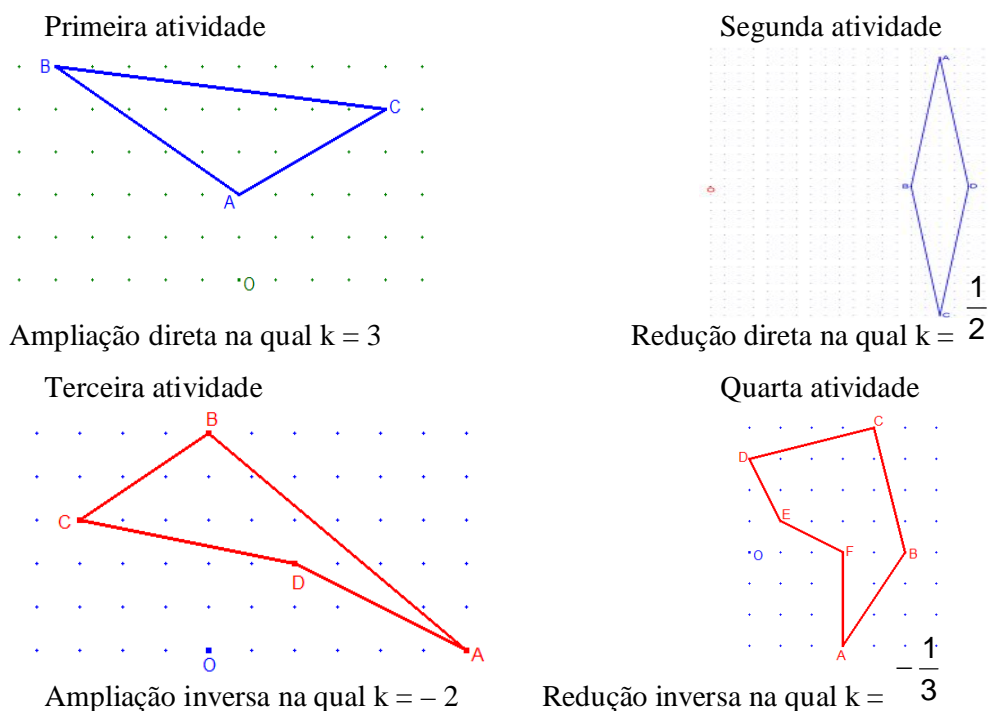


Figura 4 – Atividades de construção

Bruno, já na primeira atividade, substituiu as retas projetantes (feitas com lastec) presentes nas atividades anteriores pela régua, transformando-a em uma ferramenta semiótica (Figura 5). O posicionamento da régua como reta projetante facilitava a contagem das distâncias entre o centro de homotetia e o vértice dado e entre o centro de homotetia e o vértice homólogo. Considerando a perspectiva piagetiana para o desenvolvimento do pensamento geométrico, Bruno passou a transitar entre os níveis intra e interfifural, ou seja, ora centrou-se na comparação entre as duas figuras (figura dada e sua homotética) representadas na placa, ora considerou somente as posições inicial e final entre figura dada e figura homotética.



Figura 5 – Outro uso para régua

Como Bruno já havia realizado todas as atividades quando Márcio chegou, sugerimos que ele auxiliasse Márcio. Bruno, assumindo o papel de professor, utilizou termos próprios do conceito matemático homotetia que, nessa terceira sessão, já eram compartilhados por ambos. Além disso, durante suas explicações, ele recordou estratégias usadas por ambos na realização das atividades anteriores.

Márcio realizou as duas primeiras atividades, de ampliação e redução direta respectivamente, sem maiores dificuldades, embora algumas intervenções de Bruno tenham sido necessárias. As dificuldades ficaram mais frequentes na realização da atividade que envolvia ampliação inversa. Ele posicionou o primeiro vértice homólogo (do vértice B) e passou a verificar se a posição estava correta contando o número de furos na placa. A pesquisadora pediu que ele explicasse seu procedimento.

Márcio: (explicando a Pesquisadora) Você não mandou eu duplicar? Então eu coloquei esse daqui (indicando o vértice homólogo a B que posicionou) através desse daqui (indicando o centro de homotetia).

Pesquisadora: Em relação a quem?

Márcio: Em relação a esse (indicando o centro de homotetia para Pesquisadora). (Explicando a Bruno) Eu relatei aqui aqui (posicionando a mão de Bruno sobre o centro de homotetia e o vértice B). Deu 5 ai eu coloquei aqui (indicando o vértice homólogo). Para fazer invertido (indicando o lado oposto ao vértice da figura dada em relação ao centro de homotetia).

Márcio, que nas sessões anteriores e nas primeiras atividades dessa sessão apresentou indícios de estar trabalhando no nível intrafigural indicou em seu discurso que a estratégia empregada – contar os furos da ferramenta associada à necessidade de inverter a figura fez emergir o nível interfigural de pensamento geométrico.

Para determinar o vértice homólogo do vértice A Márcio precisou de ajuda. Ele multiplicou a distância por dois, porém não realizou a inversão. A Pesquisadora solicitou a Márcio que mostrou a Bruno os vértices homólogos determinados (Figura 6).



Figura 6 – Primeiros vértices homólogos determinados por Márcio

Pesquisadora: *Mostra o outro Márcio* (referindo-se ao segundo ponto posicionado por Márcio).

Márcio: *O outro tá aqui* (batendo 2x sobre o segundo ponto que posicionou o que fez com que Bruno o localizasse). *Com relação também ao mesmo ponto* (referindo-se ao centro de homotetia, mas sem indicar a que ponto se referia).

Bruno: *Aqui?* (percebendo que o ponto colocado por Márcio apesar de estar distante o dobro da distância medida a partir do centro de homotetia não estava invertido). *Com relação a que ponto?* (usando as mãos de Márcio para indicar o centro de homotetia)

Márcio: (Pega o dedo de Bruno e mostra o centro de homotetia).

Bruno: *Tá, daqui* (indicando o centro de homotetia) com relação a qual ponto?

Márcio: *Aqui!* (indicando com os dedos de Bruno o vértice da figura dada). *Porque é daqui* (indica o centro de homotetia) *até aqui* (indica com os dedos de Bruno o vértice A da figura dada).

Bruno: *Daqui, aqui. Ai você reproduziu aqui?* (Repetindo os movimentos de Márcio para si mesmo, ou seja, sem pegar a mão de Márcio).

Márcio: *Peraí, eu tô duplicando conforme esse daqui* (coloca o dedo de Bruno no centro de homotetia). *Daqui até aqui deu x* (percorrendo com o dedo de Bruno a distância entre o centro de homotetia e vértice A da figura dada). *Então daqui até aqui ...* (percorrendo com o dedo de Bruno a distância entre centro de homotetia e vértice posicionado por ele).

Bruno: *Só que não é invertido?*

Bruno explicou para Márcio que o vértice deveria ser reproduzido do outro lado, invertido, da mesma forma que o vértice determinado anteriormente. Márcio acatou a explicação do colega. Contar os furos da ferramenta, relacionar centro de homotetia e vértices dado e homólogo já faziam parte da estratégia dele para determinar as figuras homotéticas, e o seu discurso denota o nível de pensamento geométrico interfigural. O impasse estava em conseguir posicionar o vértice homólogo invertido em relação ao centro de homotetia.

Os dois vértices restantes inicialmente não foram posicionados corretamente. Márcio passou a mostrar para Bruno cada um dos vértices homólogos que posicionou relacionando-os com os vértices dados. Durante a explicação percebeu que cometeu um engano no posicionamento do homólogo ao vértice D e o reposiciona. As intervenções de Bruno ajudaram Márcio a perceber que havia cometido um engano ao posicionar o vértice homólogo ao vértice C e o reposicionou (Figura 7a). Pediu o elástico e rapidamente delineou a figura corretamente (Figura 7b).

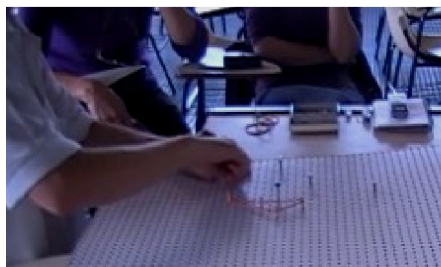


Figura 7a – Realizando a atividade



Figura 7b – Delineando a figura

Figura 7 – Realização da atividade de ampliação inversa por Márcio

Márcio realizou a quarta atividade envolvendo um hexágono côncavo, o qual deveria sofrer uma redução na razão de um para três e uma inversão. Ele explorou a figura e iniciou a transformação determinando inicialmente, dois dos vértices homólogos, um deles posicionado de forma inadequada. Após a intervenção de Bruno, Márcio percebeu seu erro e o corrigiu. A atividade foi concluída sem maiores dificuldades.

Ao terminar a atividade, o Márcio declarou que “poderia até reproduzir a figura no meio do tabuleiro, com outro centro de homotetia”. Essa declaração demonstrou sua compreensão não só a respeito da função do centro de homotetia, mas também sobre as diversas possibilidades que a transformação geométrica nos oferece. Além disso, ele evidenciou estar consciente que a posição do centro de homotetia determina a posição da imagem da figura original no plano o que para nós apresenta traços de um pensamento geométrico do nível transfigural.

Márcio não pareceu estar centrado somente na transformação de uma figura noutra, mas operando sobre todos os pontos do plano, ou seja, qualquer ponto do plano poderia ser transformado verificando-se o cumprimento de determinadas condições (manter sem variação alguns elementos - invariantes).

7 Algumas considerações

Nossa investigação centra-se no campo da Geometria, uma área usualmente relacionada a experiências visuais. Em relação a esse campo, Piaget e Garcia (1987) realizaram um estudo histórico crítico, examinando os aspectos psicogenéticos e a psicogênese das noções geométricas. Para esses autores, tanto o desenvolvimento histórico da Geometria como a psicogênese das estruturas geométricas, caracterizam-se por três etapas de desenvolvimento: intrafigural, interfigural e transfigural. Com esse

28 a 31 de outubro de 2012, Petrópolis, Rio de Janeiro, Brasil

suporte teórico procuramos caracterizar a mudança de operacionalização entre esses níveis em situações instrucionais. Interessava-nos especialmente os níveis intra e interfigural, e a possibilidade de conduzir nossos sujeitos de pesquisa à passagem do nível intrafigural para o nível interfigural. Não tínhamos a expectativa de chegar à etapa transfigural, pois acreditávamos que o sistema háptico limitava as representações mentais do espaço euclidiano representado pela ferramenta material.

Partindo da premissa de que a disponibilidade de diferentes sistemas mediadores influencia o desempenho dos aprendizes cegos, designamo-nos a analisar a operacionalidade entre as etapas intra e interfigural, nas ações dos sujeitos sobre as ferramentas materiais, inspirada no trabalho de Piaget e Garcia, destacando indicadores de mudanças conceituais em nossos sujeitos de pesquisa, ou seja, a passagem do nível intra para interfigural que os levou a perceber propriedades ligadas à homotetia.

7.1 A importância dos recursos materiais

As figuras geométricas recortadas foram utilizadas na aplicação das atividades referentes ao estudo de figuras semelhantes, conceito que consideramos necessário discutir antes do estudo da transformação geométrica homotetia. As atividades propostas nessa tarefa tinham características intrinsecamente conectadas ao nível de pensamento geométrico intrafigural. O trabalho com as figuras permitiu a medição dos lados, a comparação dos ângulos por sobreposição e a determinação da razão de semelhança, favorecendo a percepção de propriedades ligadas ao conceito de semelhança que foram importantes para as atividades que se seguiram.

A segunda ferramenta material propiciou não somente explorar figuras homotéticas como também construí-las. Destacamos a importância de termos escolhido materiais com diferentes texturas para representarem o centro de homotetia, os vértices da figura original e os vértices da figura obtida que tornaram possível a independência dos aprendizes em seu reconhecimento tátil. Nas atividades exploratórias, o uso de pinos diferentes favoreceu a ação dos sujeitos sobre cada um dos elementos presentes na transformação. Nas atividades referentes à construção de figuras homotéticas, na ausência do lastex, Bruno optou por utilizar a régua, atribuindo a ela o papel de reta projetante, transformando-a em um artefato semiótico. Por sua vez, Márcio decidiu se apoiar somente nos furos presentes na placa. Frente a isso, consideramos que os sujeitos atribuíram aos elementos físicos presentes na ferramenta um caráter semiótico, já que cada um desses elementos assumiu uma função no discurso. Nesse sentido, acreditamos

28 a 31 de outubro de 2012, Petrópolis, Rio de Janeiro, Brasil

ter indícios para corroborar com as declarações de Gallese e Lakoff (2005), segundo as quais a atividade cognitiva humana acontece a partir das interações corpo-mundo que favorecem as adaptações dos mecanismos sensório-motores para a realização de novos papéis mantendo suas funções originais.

Observamos nos procedimentos de ambos os sujeitos movimentos entre as perspectivas intra e interfigural. No entanto, o trabalho no nível interfigural não aconteceu espontaneamente, mas iniciou-se quando os sujeitos buscaram adaptar ações realizadas nas situações anteriores a novas tarefas.

É interessante perceber o caminho percorrido por Márcio. Nas primeiras tarefas de construção – ampliação e redução diretas – a estratégia de contar o número de furos entre centro de homotetia e vértice da figura dada era suficiente para cumprir a proposta e permitiu que ele transitasse entre os níveis intra e interfigural. Quando passamos a estudar a construção de figuras homotéticas inversas um novo elemento entrou em cena – era preciso inverter a figura – e Márcio precisou agora de uma nova ação que o permitisse controlar a inversão da figura dada. Ao concluir o trabalho Márcio adaptou essa nova ação a uma situação geral “poderia até reproduzir a figura no meio do tabuleiro, com outro centro de homotetia”, o que, pela perspectiva de Piaget e Garcia (1987), caracteriza o nível transfigural de pensamento geométrico.

7.2 A importância das interações

As interações entre os sujeitos e as ferramentas, destacadas anteriormente, tiveram papel importante. Entretanto, há de se destacar, a importância das interações pesquisadora e sujeito e, sujeito e sujeito, para a realização das atividades.

No decorrer da realização das tarefas I e II, as intervenções realizadas pelas pesquisadoras possibilitaram o desencadeamento de novas concepções por parte dos sujeitos, favorecendo a apropriação de termos relacionados aos conceitos em questão. Essa apropriação foi decorrente de um conjunto de ações promovido por todos os envolvidos na situação instrucional. Ora os sujeitos utilizavam os termos introduzidos pelas pesquisadoras, ora as pesquisadoras, buscando favorecer a emergência de novos significados, usavam termos próprios dos sujeitos.

As interações entre sujeito e sujeito permitiram o desenvolvimento gradual dos conceitos de semelhança de figuras e de homotetia. Várias vezes, durante a realização das atividades, Bruno assumiu o papel de professor, o que foi significativo para ambos. Para Márcio essas intervenções o fizeram perceber propriedades ligadas aos conceitos

28 a 31 de outubro de 2012, Petrópolis, Rio de Janeiro, Brasil

de homotetia. Por sua vez, Bruno, ao assumir o papel de professor, envolveu-se em uma prática reflexiva que o levou a substituir termos do cotidiano por termos institucionalmente mais aceitos, como por exemplo, substituindo o termo aumentou por ampliou.

Para o campo perceptivo do cego a importância das ferramentas materiais vai além da promoção de percepções táteis. Essas ferramentas também estimulam interações discursivas interpessoais e intrapessoais quando o sujeito passa a questionar-se, para validar conjecturas e refletir sobre suas ações, ativando diferentes áreas da percepção, o que atribui ao pensamento o caráter de atividade percepto-motora. Neste estudo, o processo interpretativo e reflexivo gerado a partir das percepções táteis promovidas pelas ferramentas materiais e pelos diálogos, auxiliou os sujeitos de pesquisa na formação de sistemas simbólicos inicialmente físicos e posteriormente subjetivos, que permitiram a interpretação dos objetos matemáticos em jogo, atribuindo a eles características de objetos de reflexão.

Notas

1. <http://www.engadget.com/2012/03/07/android-app-for-the-visually-impaired/>.
2. Aqueles que ativam diferentes canais do sistema sensorial, ou seja, que impressionam mais que um dos órgãos dos sentidos.
3. Projeto Rumo à Educação Matemática Inclusiva, realizado com o apoio da CAPES (nº 23038.019444/2009-33).
4. Utilizamos nomes fictícios para ambos os sujeitos.

Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Adaptações curriculares/** Secretaria de Educação Fundamental. Secretaria de Educação Especial, Brasília, MEC/SEF/SEESP, 1998, 62p.

COLE, M.; WERTSCH, J. V. **Beyond the individual-social antinomy in discussions of Piaget and Vygotsky.** Human Development, 1996. 39, p. 250-256.

DICK, T. P.; BECKER, K. E. **A brief historical overview of tactile and auditory aids for visually impaired mathematics educators and students.** Disponível em: <http://www.rit.edu/~easi/itdv03n1/article2.html>. Acesso em: 06 nov. 2002.

GALLESE, V.; LAKOFF, G. (2005). The brain's concepts: The role of the sensory-motor system in conceptual knowledge. **Cognitive Neuropsychology**, 22, 455-479. DOI: 10.1080/02643290442000310.

28 a 31 de outubro de 2012, Petrópolis, Rio de Janeiro, Brasil

GOLDIN, G. A. (2000). A Scientific Perspective on Structured, Task-Based Interviews in Mathematics Education Research. In: KELLY, A.; LESH, R. A. (Ed.). **Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education**. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, p. 517-546.

PIAGET, J.; GARCIA, R. **Psicogênese e História das Ciências**. Lisboa: Dom Quixote, 1987. Cap. 3 e 4.