# QUESTÕES DE DESIGN DE UM MICROMUNDO PARA O ESTUDO DE CONCEPÇÕES DE PROVAS PRODUZIDAS POR ALUNOS SURDOS

Guilherme Rodrigues Magalhães; PUC/SP; guilherme@baquara.com
Lulu Healy; PUC/SP; lulu@pucsp.br

## INTRODUÇÃO

Esse trabalho discute as questões de *design* de um ambiente interativo computacional para a investigação das concepções de prova que têm alunos surdos e como a interação com as ferramentas do ambiente podem ajudar na elaboração das provas produzidas pelos aprendizes. Também faremos uma análise a priori das provas produzidas, que serão desenvolvidas pelos aprendizes surdos que trabalharem com o ambiente construído.

Em particular, tomamos como base o conceito de micromundo para guiar o processo de *design*. O termo "micromundo" tem sido utilizado por vários pesquisadores com diferentes significados. Em nosso trabalho adotamos a definição, essencialmente construcionista[1], de Thompson (1987) que utilizou o qualificador "matemático" na qual "*um micromundo matemático é um sistema composto de objetos, relações entre objetos e operações que transformam objetos e relações*" (p. 85). Essa caracterização tem o sentido de apreender a idéia de sistema matemático como aquele construído de noções primitivas e proposições, onde o sistema completo só existe potencialmente, porém inclui as ferramentas que permitem aos estudantes expandir aquele potencial.

Thompson descreve as seguintes características de um micromundo:

*Na prática um micromundo é composto de uma tela gráfica que representa uma visualização dos objetos iniciais do micromundo. A tela em conjunção com operações sobre os objetos do micromundo constitui um modelo dos conceitos a serem propostos aos alunos. Em um sentido, o micromundo incorpora a estrutura do conceito e a tarefa do aluno é internalizar aquela estrutura e torná-la sua* (p. 85).

---

[1] De acordo com a visão construcionista de Papert (1991), participação na construção de algum produto – palpável, partilhável, útil é significativa pelo aprendiz – é uma atividade particularmente frutífera para aprendizagem.

Com essa última definição em mente, o micromundo que será apresentado nesse trabalho, que passará a se chamar diNÚMEROS, tem por objetivo propiciar um meio onde o aluno possa, através da exploração com os instrumentos do ambiente, apropriar-se de algumas propriedades dos números naturais e posteriormente produzir provas com as ferramentas criadas pelo aluno.

Para Thompson (1987, p. 84), o objetivo dos micromundos matemáticos é dar aos estudantes oportunidades de criar modelos mentais que refletem a estrutura e composição dos sistemas formais que a nossa cultura julga importante que eles conheçam. Uma vez apropriado pelo aluno, um modelo mental irá servir como a base para a reconstrução do seu conhecimento qualitativo[2] em um sistema formal. No micromundo diNÚMEROS por exemplo, espera-se que o aluno seja capaz de perceber como os números pares podem ser representados em grupos de dois e que nos números ímpares esse agrupamento implica na sobra de uma unidade. As ferramentas do micromundo também visam permitir que o aluno perceba que os números pares podem ser representados algebricamente na forma $2n$ e os ímpares como $2n + 1$, sendo $n$ um número natural. Após ter se apropriado dessas noções o aprendiz será desafiado a provar afirmações como: “a soma de dois números ímpares é um número par”.

## EDUCAÇÃO DO INDIVÍDUO SURDO[3]

Na história da educação do surdo percebemos uma alternância entre dois paradigmas, o oralismo e o uso da língua de sinais. Normalmente os defensores do primeiro consideram a surdez uma doença enquanto os que defendem o uso de sinais vêem o surdo como diferente (Moura, 2000). Como a visão é o canal de comunicação primário da pessoa surda, parece natural que a língua de sinais seja o modo espontâneo do surdo se comunicar e esse será nosso entendimento da educação mais promissora para o surdo, que incluiu o paradigma do bilingüismo[4].

Respeitando essa maneira diferente de comunicação e dada a importância da visão para alunos surdos, optamos por explorar as possibilidades de ambientes computacionais

[2] Entendemos por conhecimento qualitativo aquele que foi assimilado durante a experiência particular no uso do micromundo e que reflete à estrutura do conceito envolvido.

[3] Decreto nº 5.626, de 22 de dezembro de 2005; art. 2º. Para os fins deste Decreto, considera-se pessoa surda aquela que, por ter perda auditiva, compreende e interage com o mundo por meio de experiências visuais, manifestando sua cultura principalmente pelo uso da Língua Brasileira de Sinais - Libras.

Parágrafo único. Considera-se deficiência auditiva a perda bilateral, parcial ou total, de quarenta e um decibéis (dB) ou mais, aferida por audiograma nas freqüências de 500Hz, 1.000Hz, 2.000Hz e 3.000Hz.

[4] O uso de sinais, mais a escrita.

como contexto para aprendizagem matemática.

O público do nosso trabalho será um grupo de alunos surdos que freqüentam a oitava série de uma Escola Pública de Educação Especial do município São Paulo. Os alunos têm aproximadamente dezessete anos de idade e esse atraso na escolarização é devido principalmente à falta de uma língua própria quando eles chegam à escola e essa íngua só será desenvolvida nos primeiros meses da sua vida escolar.

## PROVAS DE ESTUDANTES EM AMBIENTES COMPUTACIONAIS

Rodríguez e Gutiérrez (2006) destacaram que muitas pesquisas cujo foco é prova matemática argumentam a favor do uso de *softwares* de geometria dinâmica (SGD) para auxiliar o aluno na aprendizagem de provas dedutivas. Para os autores, embora os resultados dessas pesquisas não sejam conclusivos, a maioria deles revela que o uso de SGD ajuda o aprendiz a descobrir o caminho para resolver problemas de prova em geometria. No entanto, um resultado que chama a atenção é quando o estudante não sente a necessidade de desenvolver provas dedutivas após ser persuadido pelo poder de convencimento que os ambientes de exploração SGD possuem (Healy, 2000).

Healy (2000) observa que pode ser tentador concluir que a interação com ambientes SGD ajuda o estudante a definir e identificar propriedades geométricas e as dependências entre elas, porém não a prová-las. Contudo no trabalho dirigido pela autora, na passagem da verificação dinâmica da situação proposta e a escrita da prova formal, o computador foi deixado de lado e isso pode ter prejudicado a conexão empírica que poderia ter ajudado os aprendizes na produção de uma prova.

O objetivo principal da pesquisa de Rodríguez e Gutiérrez foi identificar diferenças nas provas produzidas pelos alunos em ambientes de geometria dinâmica e em ambientes com lápis e papel, como diferenças nos tipos de provas ou diferenças nas maneiras de agir quando dificuldades eram encontradas durante a resolução dos problemas.

A pesquisa de Rodríguez e Gutiérrez foi realizada com alunos do quarto e quinto semestres do curso de matemática, durante uma disciplina de geometria euclideana. Os estudantes tinham de resolver dezesseis problemas de prova em geometria, nove de maneira tradicional, ou seja, com lápis e papel e sete com uso do *software* Cabri II+ (um programa de geometria dinâmica).

Foram destacados na pesquisa desses autores a resolução de dois problemas, um resolvido da maneira tradicional e o outro com uso de SGD e os autores verificaram que a relação entre desenhos (seja no uso do Cabri ou no papel) e a produção de provas é muito sutil e deve ser observada cuidadosamente. Rodríguez e Gutiérrez destacaram os seguintes pontos:

- Num experimento de pensamento, os exemplos guiaram os passos dos estudantes para escrever a prova.
- Numa prova formal, os passos na prova guiaram o desenho de exemplos, cujo papel não era sugerir idéias, mas ajudar um leitor a entender a prova.
- Em qualquer prova dedutiva, um exemplo pode ser a fonte de idéias para o estudante mas numa prova formal, o exemplo no máximo é a fonte inicial da idéia e o processo subseqüente de escrever a prova não se apóia mais no exemplo.

Finalmente Rodríguez e Gutiérrez identificaram que o SGD ajuda o estudante a empiricamente identificar e conferir conjecturas (por meio de arrastar os objetos na tela) porém, quando os estudantes estão argumentando dedutivamente, algumas vezes usar um SGD não ajuda a encontrar um meio de fazer a prova dedutiva. Nesses casos o uso de um programa computacional não significou nenhuma vantagem sobre o ambiente tradicional de lápis e papel.

O micromundo diNÚMEROS que será discutido adiante também tem o objetivo de ajudar o aluno a construir provas através do manuseio de expressões algébricas que ele mesmo irá criar. Inspirados nos SGD pensamos em um ambiente para exploração dinâmica de números, razão de ser do nome de nosso micromundo diNÚMEROS ou seja, números dinâmicos. Em nosso trabalho esperamos, como identificaram Rodríguez e Gutiérrez, que o ambiente computacional ajude o aluno a empiricamente testar as suas conjecturas e a partir delas escrever suas próprias provas, além de ajudar na apropriação de uma linguagem formal para expressar argumentos matemáticos.

No processo de *design* do micromundo diNÚMEROS, também levaremos em conta os resultados obtidos por Healy (2000) e criaremos no ambiente uma área onde o estudante possa escrever suas provas diretamente no computador, não perdendo de vista a interação com as conexões empíricas que o aprendiz manipulou na tela.

## O MICROMUNDO diNÚMEROS

No micromundo que estamos desenvolvendo, após um primeiro momento onde o aluno irá explorar o ambiente para aprender suas ferramentas e possibilidades, o aprendiz fará uma exploração orientada pelo professor. Essa orientação estará disponível de duas formas, texto escrito na tela (Fig. 1) e num vídeo de professor gesticulando em sinais (Fig. 2). Espera-se que ele comece a assimilar as possibilidades de notação de um número natural e as relações existentes entre esse número e suas diversas representações. Após a exploração do micromundo esperamos que, ajudado pelo professor ou por questões sugeridas pelo próprio programa, esse conhecimento qualitativo que ele apropriou seja transformado num sistema formal.

O objeto inicial do micromundo diNÚMEROS é uma barra de rolagem horizontal onde o aluno escolhe um número de 1 a 100 que será representado na forma de bonequinhos dentro de uma região e em seguida é solicitado ao aluno que distribua esse número em linhas (Fig. 1).


Fig. 1. Uma página do micromundo diNÚMEROS, onde o número 23 será dividido por 5

Após a escolha do número de bonecos e do número de linhas que eles serão divididos, o micromundo anima essa divisão transportando os bonecos de sua região inicial para o painel. Cada conjunto de bonecos completo, ou seja, que têm número igual ao divisor selecionado, terão cores azuis ou vermelhas alternadamente. Caso haja resto, os bonecos desse último grupo terão cores verdes. A barra de rolagem de linhas é a primeira operação disponível para o aprendiz e é o ponto de partida para a exploração da decomposição do número escolhido. Para ajudar na exploração, serão propostos problemas para orientar o aluno na direção dos conceitos que queremos que ele internalize.


Fig. 2. Como o micromundo é destinado em particular para uso por alunos surdos, inclui instruções em LIBRAS (Língua Brasileira de Sinais)

A maior dificuldade encontrada na construção do micromundo diNÚMEROS foi o desenho da tela principal, seus objetos e operações. Como esperamos que o aluno, por meio da exploração, se aproprie de conceitos como os de paridade dos números, a interface não poderia mostrar imediatamente o conceito (por exemplo exibindo 2 x 12 quando se escolhesse o número 24), nem ser tão complexa a ponto de escolhido o número, o aluno tivesse de experimentar várias possibilidades de arrumação dos bonecos (arrastando os mesmos com o *mouse*) até que o computador indicasse que ele "acertou".

Outro desafio foi como projetar uma interface onde a incógnita fosse rapidamente identificada pelo aluno e relacionada com a distribuição visual apresentada. Após dois primeiros programas, testados por alunos e professores do programa de pós-graduação da PUC/SP, onde o desafio do aluno era identificar na representação $an + r$ o quociente $n$ e o resto $r$ da divisão do número escolhido por $a$, com $a$, $n$ e $r$ *números naturais*, $0 \leq n < a$ e $r <$ a, percebemos que a incógnita $n$ não era suficientemente evidenciada para o aprendiz. Para chamar a atenção para $n$, mudamos a interface de modo que ao passar o mouse sobre os elementos de *an* + *r* uma caixa de texto aparece descrevendo sua função. Para que o aluno entenda que a incógnita *n* (quociente) nem sempre é representada pela mesma letra o programa altera a letra utilizada para cada nova situação (ver Fig 3).

Para dar sentido a incógnita *n* o micromundo vai relacionar o número de grupos completos (bonecos na cor azul ou vermelha) que foram formados com o número escolhido, destacando na tela o número desses grupos.

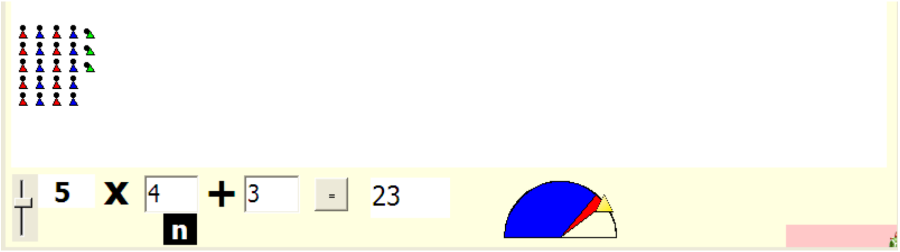


Fig 3. Com a distribuição feita, o aluno deve preencher as lacunas de modo a representar o número escolhido em um formato algébrico.

Com essa mudança acreditamos que o aluno irá perceber que todo número escolhido pode ser decomposto na forma *an* + *r*, com *n* natural, e que ele entenda seu significado como uma incógnita e saiba identificar seu valor e significado.

Conjeturamos que os alunos surdos já conhecem os números que compõem os conjuntos de números pares e impares e esperamos que através das interações com o micromundo eles aprendam como expressar estes números algebricamente. Em seguida, esperamos que após a exploração por meio da distribuição do número escolhido em linhas o aluno perceba a possibilidade de decomposição de um número qualquer na forma *an* + *r* e mais especificamente números pares como *2n* e ímpares como *2n + 1*.

Uma característica singular dos micromundos matemáticos é que estes possibilitam múltiplas representações dos objetos estudados de maneira dinâmica. Assim ao escolher um número e decompô-lo em linhas, além da representação visual exibida para o aprendiz, ele também terá a representação algébrica.

Laurie Edwards ao examinar um micromundo do ponto de vista do *designer* lista a seguinte característica que parece ser comum a todo micromundo:

Um micromundo faz a conexão de mais de uma representação do objeto matemático em questão. Tipicamente, essas representações incluem um componente simbólico e um componente visual ou gráfico (Edwards, 1995, p. 143).

...

Tipicamente, um micromundo inclui um conjunto de atividades, que podem ser pré-programadas no ambiente ou que podem ser apresentadas na forma de planilhas ou instruções verbais, que desafiam o aluno a usar os objetos e operações para alcançar um objetivo, resolver um problema, duplicar uma situação ou padrão, e assim por diante (Edwards, 1995, p. 143).

Acreditamos que à medida que o aprendiz interaja com o ambiente, e perceba que qualquer número escolhido pode ser representado como $an + r$, essa representação comece a se tornar familiar e prontamente identificada como um número e que representações como $2n$, $2n + 1$, $3n + 5$, etc sejam reconhecidas como números genéricos cujo valor depende de ***n*.**

Thompson (1987) afirma que:

Os micromundos matemáticos agem como sistemas objetivos, no mesmo sentido dos sistemas físicos estudados pelos cientistas, ou seja, quando um cientista realiza um experimento sobre um sistema físico, o sistema não faz comentários nem dá conselhos sobre a qualidade do experimento, ele simplesmente reage. Da mesma maneira um micromundo não ensina, não dá instruções (Thompson, 1987, p. 85).

O que esperamos da interação do aluno com o micromundo diNÚMEROS é que ele perceba as relações existentes entre os números e caso ele não obtenha êxito na resposta de uma ou mais questões, o próprio programa o ajudará a perceber, por meio das representações disponíveis na tela, as possíveis causas de seu erro. Como as possibilidades de interações são parte fundamental no uso de um micromundo, o aluno terá novas oportunidades de experimentação e desafios até que a atividade proposta faça sentido para ele.

Uma das ferramentas que serão produzidas pelo aluno no uso do micromundo são expressões que ele usará posteriormente no processo de prova, ou seja durante o uso do programa o estudante irá produzir entidades que serão usadas em outro momento no micromundo.

Nessa etapa o micromundo propiciará ao aluno a oportunidade de criar expressões algébricas, visualizar experimentalmente o conjunto de números representados por essa expressão e finalmente armazenar essa expressão para ser usado nas situações de prova.

Queremos com o nosso micromundo que as estruturas algébricas da forma $an + r$ sejam familiares ao aprendiz, criadas por ele, de maneira que num segundo estágio de uso do programa essas estruturas sejam usadas como dado de entrada para a elaboração de provas.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A finalidade do trabalho com o micromundo diNÚMEROS é que o aluno formalize as possibilidades de representações algébricas dos números naturais e a partir delas resolva situações de provas algébricas. Para atingir esse objetivo o aprendiz irá partir da sua própria interação com o ambiente criado e esperamos que nesse processo o aluno tenha o prazer em experimentar com as instâncias quase concretas de objetos matemáticos[5] propiciados pelo micromundo, tendo tenha a liberdade de fazer essas experimentações sem o medo de errar.

Nesse trabalho descrevemos sucintamente o significado de micromundo, as questões de *design* associadas à construção de um micromundo para o estudo das concepções de provas produzidas pelo estudante e como esperamos que os aprendizes se apropriem da notação genérica $an + r$ ao aplicarmos esse micromundo a um grupo de alunos surdos. Analisamos também a influência do uso de computadores na produção de provas e como seu uso pode ter ajudado esse processo.

O próximo passo importante será analisar as interações dos estudantes com esse micromundo e verificar dificuldades que possam surgir das nossas escolhas particulares do *design* da interface gráfica e como o ambiente influenciou na produção de provas.

---

[5] Hoyles (1993, p. 9)

**Bibliografia**

Edwards, L. D. Microworlds as Representations. In: diSessa, A; Hoyles, C.; Noss, R. (Ed.). **Computer and exploratory learning.** Berlin: Springer-Verlag, 1995. p. 127-154.

Healy, L. Identifying and explaining geometrical relationships: Students interactions with robust and soft Cabri constructions. In: Nakahara, T.; Koyama, M. (Eds.). **Proceedings 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, Vol. 1, 2000, Japan: PME, 2000. p. 103-117

Hoyles, C. Microworlds/schoolworlds: The transformation of an innovation. In: Keitel, C.; Ruthven, K. (Eds.). **Learning from computers: Mathematics education and technology.** NATO ASI, Series F, vol. 121. Berlin: Springer-Verlag, 1993. p. 1–17.

Moura, M. C. **O surdo – Caminhos para uma nova identidade**. Rio de Janeiro: Revinter, 2000.

Papert, S. Situating constructionism. In Harel, I. & Papert, S. (Eds.) (1991). **Constructionism**. Norwood, NJ: Ablex Publishing Corporation, 1991. p. 1-11

Rodríguez, F.; Gutiérrez, A. Analysis of proofs produced by university mathematics students, and the influence of using Cabri software**.** In: Novotná, J.; Moraová, H.; Krátká, M.; Stehlíková, N. (Eds.). **Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, Vol. 4, 2006, Prague: PME. p. 443-440.

Thompson, P. Mathematical Microworlds and Intelligent Computer-Assisted Instruction. In: Kearsley, G. **Artificial Intelligence and Education**. New York: Addison-Wesley, 1987. p. 83-109.